Artur Bălăucă

Mariana Ciobanașu

Ioan Ciobanașu

PROBLEME DE RECAPITULARE MATEMATICĂ

În conformitate cu programa actuală de matematică

clasa a VII - a

Editura Taida
Succesul tău începe cu noi!

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. Mulțimea numerelor raționale

Să ne amintim!

• Dacă $b = 2^m \cdot 5^n$, unde $m, n \in \mathbb{N}$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0,a_1a_2...a_k} = a_0 + \frac{\overline{a_1a_2...a_k}}{10^k}$ **(fracție zecimală finită)**.

• Dacă $(b, 10) = 1$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0,(a_1a_2...a_{k-1}a_k)} = a_0 + \frac{\overline{a_1a_2...a_k}}{\underbrace{99...9}_{k\text{ cifre}}}$ **(fracție zecimală periodică simplă)**.

• Dacă $(b, 10) \neq 1$ și există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $n \,/\, b$, $n \geq 3$ și $(n, 10) = 1$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0,a_1a_2...a_k(a_{k+1}a_{k+2}...a_{k+p})} = a_0 + \frac{\overline{a_1a_2...a_k...a_{k+p}} - \overline{a_1a_2...a_k}}{\underbrace{99...9}_{p\text{ cifre}}\underbrace{00...0}_{k\text{ cifre}}}$ **(fracție zecimală periodică mixtă)**.

Exemple:

${}^{20)}\frac{27}{5} = \frac{540}{100} = 5{,}4$; ${}^{5)}\frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0{,}85$; $\frac{21}{13} = 1{,}(615384)$; $4{,}5(134) = 4\frac{5134-5}{9990} = 4\frac{5129}{9990}$.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți sub formă de fracție zecimală, următoarele numere raționale:

a) $\frac{13}{10}$ = ...; **c)** $\frac{4}{5}$ = ...; **e)** $\frac{4}{3}$ = ...;

b) $\frac{16}{200}$ = ...; **d)** $\frac{2}{9}$ = ...; **f)** $\frac{7}{6}$ = ...

2. Scrieți sub formă de fracție ireductibilă următoarele numere zecimale:

a) 0,35 = ...; **d)** 2,0(12) = ...;

b) 2,014 = ...; **e)** 2,(15) = ...;

c) 1,(3) = ...; **f)** $3{,}12(24) = 3\frac{1224-12}{9900} = 3\frac{1212^{\backslash 12}}{9900} = 3\frac{101}{825}$.

3. Fie mulțimea $A = \left\{-2{,}5;\ \frac{2}{3};\ -\frac{6}{2};\ 2^3;\ \frac{15}{-3};\ 0;\ 1{,}(3)\right\}$. Scrieți elementele mulțimilor:

$B = \{x \in A \,/\, x \in \mathbb{N}\}$ = ...

$C = \{x \in A \,/\, x \in \mathbb{Z}\}$ = ...

$D = \{x \in A \,/\, x \in \mathbb{Q}\}$ = ...

$E = \{x \in A \,/\, x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}\}$ = ...

Capitolul II. Mulţimea numerelor reale

Să ne amintim!

Spirala lui Arhimede

- Un număr este **raţional** dacă şi numai dacă se poate scrie sub formă de fracţie zecimală cu un număr finit de zecimale sau cu o infinitate de zecimale care se succed periodic.

- Un număr este **iraţional** dacă poate fi scris ca o fracţie zecimală cu o infinitate de zecimale dar care nu se succed periodic.

- Mulţimea numerelor raţionale reunită cu mulţimea numerelor iraţionale formează mulţimea numerelor reale pe care o notăm cu $\mathbb{R}$.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. a) Scrieți toate numerele naturale de două cifre care sunt pătrate perfecte.

....

b) Scrieți toate numerele naturale pătrate perfecte cuprinse între 160 și 360.

....

2. Calculați: $\sqrt{81}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{324}$; $\sqrt{1024}$; $\sqrt{2916}$; $\sqrt{15625}$; $\sqrt{2025}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{7225}$.

....

....

....

....

....

....

3. Calculați:

a) $\sqrt{2^4}=$ ....;

b) $\sqrt{10^4}=$ ....;

c) $\sqrt{13^6}=$ ....;

d) $\sqrt{5^8}=$ ....;

e) $\sqrt{(-3)^2}=$ ....;

f) $\sqrt{2^2\cdot5^2\cdot3^2}=$ ....;

g) $\sqrt{(-19)^2\cdot(-2)^2}=$ ....;

h) $\sqrt{(-2)^4\cdot(-5)^2}=$ ....;

i) $\sqrt{2^{10}\cdot(-7)^2\cdot(-5)^{10}}=$ ....;

j) $\sqrt{(-3)^4\cdot(-2)^6\cdot(-1)^{2014}}=$ ....;

k) $\sqrt{11^2\cdot(-5)^6\cdot(-2)^8}=$ ....;

l) $\sqrt{7^2\cdot(-2)^4\cdot(-3)^6}=$ ....

4. Calculați:

a) $\sqrt{9}+\sqrt{25}-\sqrt{49}=$

b) $\sqrt{225}-\sqrt{256}+\sqrt{361}=$

c) $\sqrt{81}\cdot\sqrt{100}-\sqrt{169}=$

d) $\sqrt{841}-\sqrt{625}+\sqrt{961}=$

e) $3\sqrt{121}-2\sqrt{64}+5\sqrt{9}=$

f) $\sqrt{36\cdot 9}+\sqrt{144\cdot 25}-\sqrt{25\cdot 64}=$

g) $\sqrt{3^2+4^2}+\sqrt{13^2-5^2}-\sqrt{6^2+8^2}=$

h) $\sqrt{7^2\cdot 5^2}+\sqrt{11^6:(-11)^4}-\sqrt{2^{16}:4^6}=$

5. Determinați lungimea laturii unui pătrat știind că are aria egală cu:

a) 196 cm^2:

b) 529 dam^2:

c) 1,69 m^2:

d) 0,0064 dm^2:

6. Rezolvați în $\mathbb{N}$ ecuațiile:

a) $x^2=4$: ; **d)** $(x+1)^2=1$: ;

b) $x^2=81$: ; **e)** $(x-2)^2=25$: ;

c) $x^2=400$: ; **f)** $(x+3)^2=49$: .

7. Calculează:

a) $\sqrt{111111-222}$; **b)** $\sqrt{44444444-8888}$.

8. Determinați cifrele a și b ($a>b$) știind că numărul $\overline{6ab}$ este pătrat perfect.

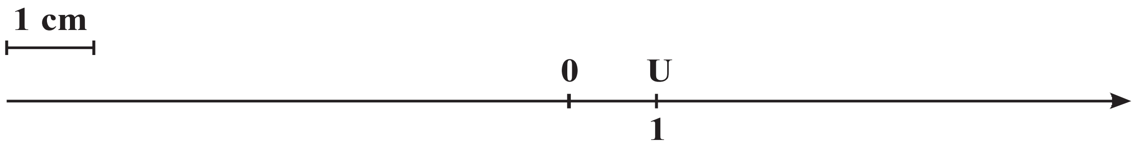
9. Calculează $a=\sqrt{114+(2+4+6+...+226)}$.

10. Calculează $\sqrt{a}$, unde $a=\sqrt{144+(2+4+6+...+286)}$.

Capitolul IV. Elemente de organizare a datelor

1. Reprezentați pe axa numerelor de mai jos punctele

$A(-2)$, $B(-3)$, $C(1)$, $D(2{,}5)$, $E(4)$, $F(5{,}3)$, $G(-0{,}5)$, $H(-5{,}3)$.



2. Reprezentați pe o axă a numerelor folosind rigla gradată, compasul și spirala lui Arhimede, punctele:

$A(\sqrt{3})$, $B(-\sqrt{3})$, $C(-\sqrt{2})$, $D(-\sqrt{2})$, $E(\sqrt{5})$, $F(\sqrt{6})$.

....

....

....

....

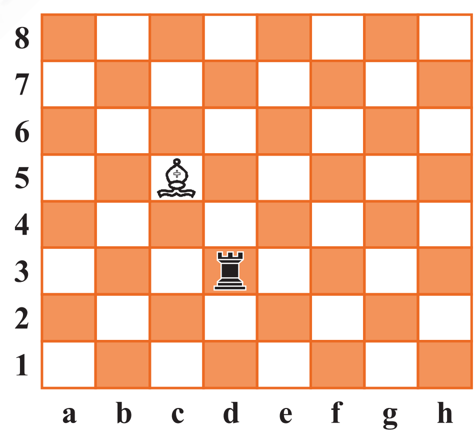
....

3. Se consideră mulțimile: A = {–3; 2; 3; 4} și B = {0; 4}. Determinați mulțimile: A × B și B × A:

....

....

4. Pe o tablă de șah (figura alăturată) se află un turn negru pe poziția (d, 3), iar nebunul alb în poziția (c, 5). Ținând cont de faptul că la jocul de șah, turnurile pot fi mutate pe linie sau pe coloană, iar nebunul doar pe diagonală, scrieți toate pozițiile pe care le poate ocupa turnul, respectiv nebunul, după o mutare corectă.



Turnul poate ocupa pozițiile: (d, 2), ...

....

....

Nebunul poate ocupa pozițiile: (a, 3), ...

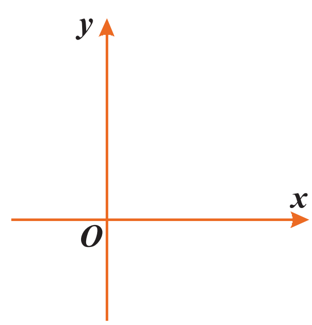
....

5. Se consideră mulțimile: A = {–1; 0; 2} și B = {–1; 2; 3}.

a) A × B = {..}

b) B × A = {..}

c) Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale elementele mulțimilor A × B și B × A.



GEOMETRIE

Capitolul I. Patrulatere

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Desenaţi un patrulater convex *ABCD*.

Completaţi spaţiile libere:

a) Laturile opuse sunt: ....

b) Unghiurile opuse sunt: ....

c) Diagonalele sunt: ....

2. Un patrulater convex *MNPQ* are $\sphericalangle M = 70°$, $\sphericalangle P = 120°$ şi $\sphericalangle Q = 100°$. Calculaţi $\sphericalangle N$.

3. Un patrulater convex are măsurile unghiurilor direct proporționale cu numerele 2, 4, 6 și 8. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.

4. Un patrulater convex are măsurile unghiurilor invers proporționale cu numerele: 0,1; 0,(3); 0,25 și $\frac{1}{13}$. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.

5. Lungimile laturilor unui patrulater convex sunt exprimate, în cm, prin patru numere naturale consecutive. Aflați lungimile laturilor patrulaterului știind că perimetrul acestuia este de 74 cm.

6. Construiți un patrulater convex *ABCD* știind că $AB = 6$ cm, $\sphericalangle A = 50°$, $\sphericalangle B = 70°$, $BC = 4$ cm și $\sphericalangle C = 140°$.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

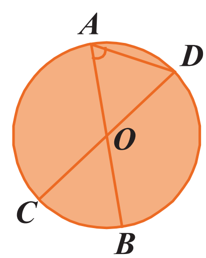
1. Aflați diametrul roții unei biciclete cu raza de 38 cm.

2. Alin a legat cățelul lui preferat de un stâlp, cu o funie de 4 m. Aflați diametru discului în care se poate învârti cățelul lui Alin.

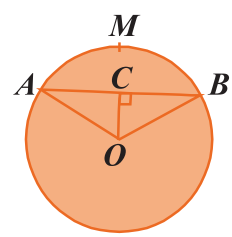
3. Desenați cu ajutorul unei monede de 50 de bani, șapte cercuri care trec prin același punct *M*. Arătați că centrele cercurilor se află pe același cerc.

4. Fie *M* și *N* două puncte pe cercul $\mathscr{C}(O, r)$, astfel încât $\overset{\frown}{MN} = 310°$. Aflați $\widehat{MON}$.

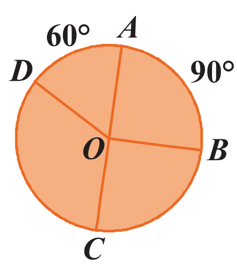
5. Se consideră segmentele *AB* și *CD* două diametre ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, astfel încât $\sphericalangle BAD = 62°$. Determinați măsurile arcelor mari $\overset{\frown}{AC}$ și $\overset{\frown}{BD}$.



6. Fie *A* și *B* două puncte ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, $r = 10$ cm, astfel încât $\overset{\frown}{AMB} = 120°$. Aflați aria triunghiului *AOB*.



7. Patru localități *A*, *B*, *C*, *D* au punctele care marchează kilometrul 0 pe un cerc cu raza de 160 km în ordinea $A - B - C - D$. Se știe că localitățile *A* și *C* sunt diametral opuse, arcele de cerc $\overset{\frown}{AD}$ și $\overset{\frown}{AB}$ au măsurile 60° și, respectiv, 90° iar localitățile sunt legate prin autostrăzi drepte. Aflați distanța dintre localitățile:



a) *A* și *C*: ……

b) *A* și *B*: ……

c) *A* și *D*: ……

d) *C* și *D*: ……

Ne pregătim pentru Evaluarea Naţională şi Testarea Iniţială din clasa a VIII-a

Testul 1

Partea I (30p). Scrieți numai rezultatele în spațiile punctate.

1. Numărul întreg a pentru care $a^2 = 81$, este egal cu ... .

2. Rombul $ABCD$ are $\sphericalangle ABC = 40°$. Atunci $\sphericalangle DAC = ...°$.

3. Fie mulțimea A = {–5; 0; 1; 2; 3}. Elemenetele mulțimii $A \cap \mathbb{N}$ sunt ... .

4. Soluția întreagă a ecuației $|x - 5| = 0$ este egală cu ... .

5. Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt invers proporționale cu numerele $\frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}$.

Atunci măsurile unghiurilor triunghiului exprimate în grade sunt egale cu ... .

6. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctul $A(-2; 3)$. Simetricul punctului A față de axa ordonatelor are coordonatele $A'(..., ...)$.

....

....

....

....

....

....

....

Partea a II-a (30p). Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

1. Efectuând calculele $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{6}\right)^2$ obținem:

A. $\frac{1}{2}$; **B.** $\frac{2}{3}$; **C.** $\frac{3}{2}$; **D.** $-\frac{1}{2}$.

2. Soluția ecuației $2 \cdot (x - 1) = 3 \cdot (x + 3) + 6$ este ... .

A. –1; **B.** –17; **C.** –3; **D.** 13.

3. Dacă diagonalele unui dreptunghi formează un unghi cu măsura de 120° și una din diagonale este de 6 cm, atunci una din laturile dreptunghiului are lungimea egală cu:

A. 6 cm; **B.** 4 cm; **C.** 12 cm; **D.** 3 cm.

4. Suma a trei numere raționale nenule a, b, c este 3. Dacă numerele a, b, c sunt direct proporționale, respectiv cu numerele c, a, b, atunci valoarea produsului $a \cdot b \cdot c$ este egal cu:

A. 1; **B.** 2; **C.** 3; **D.** 4.

Răspunsuri

ALGEBRĂ

Capitolul I. Mulțimea numerelor raționale

1. a) 1,3; **b)** 0,08; **c)** 0,8; **d)** 0,(2); **e)** 1,(3); **f)** 1,1(6). **2. a)** $\frac{7}{20}$; **b)** $\frac{1007}{500}$; **c)** $\frac{4}{3}$; **d)** $\frac{334}{165}$; **e)** $\frac{71}{33}$; **f)** $\frac{2576}{825}$. **3.** B = $\{2^3; 0\}$, C = $\left\{-\frac{6}{2}; 2^3; \frac{15}{-3}; 0\right\}$, D = $\left\{-2,5; \frac{2}{3}; -\frac{6}{2}; 2^3; \frac{15}{-3}; 0; 1,(3)\right\}$, E = $\left\{-2,5; \frac{2}{3}; 1,(3)\right\}$. **4. a)** 3; **b)** 3; **c)** 0; **d)** 4. **5. a)** 3; **b)** –3; **c)** 5; **d)** 10; **e)** 1; **f)** 6. **7. a)** 0,7; **b)** $\frac{3}{5}$; **c)** 1,(3); **d)** $5\frac{1}{2}$; **e)** $\frac{4}{5}$; **f)** $\frac{9}{20}$. **8. a)** 6; **b)** $1\frac{2}{3}$; **c)** –3. **11. a)** $\frac{21}{5}$; **b)** 1; **c)** –1; **d)** $-\frac{8}{27}$; **e)** $-\frac{2}{3}$; **g)** $\frac{109}{36}$; **h)** 2,9; **i)** $\frac{11}{18}$; **j)** $\frac{7}{12}$. **12. b)** –3; **c)** $-\frac{1}{3}$; **d)** $\frac{81}{4}$; **e)** $-\frac{1}{26}$; **f)** –3,8; **g)** $-\frac{1}{198}$; **h)** $-\frac{67}{99}$; **i)** $-\frac{523}{270}$; **j)** $-\frac{775}{99}$. **13. a)** 2,201; **b)** 3; **c)** $\frac{41}{48}$; **d)** $\frac{17}{90}$. **15.** $S_1 = \frac{19}{20}$; $S_2 = \frac{2013}{2014}$; $S_3 = \frac{n}{n+1}$; $S_4 = \frac{2014}{2015}$; $S_5 = \frac{1007}{4032}$; $S_6 = \frac{n}{4(n+1)}$; $S_7 = \frac{n+1}{3n+4}$. **16. a)** 0,6; **b)** –4; **c)** $\frac{5}{3}$; **d)** $\frac{3}{4}$; **e)** –2; **f)** –3; **g)** 4; **h)** –1. **17. a)** –5; **b)** 4,1; **c)** –2,9; **d)** –0,3; **e)** $-\frac{2}{3}$; **f)** $\frac{1}{15}$; **g)** $\frac{1}{6}$; **h)** –1; **i)** 5. **18. a)** $\frac{1}{8}$; **b)** $\frac{4}{9}$; **c)** $-\frac{64}{125}$; **d)** $1\frac{7}{9}$; **e)** 0,0625; **f)** $-\frac{125}{27}$. **19. d)** $\frac{1}{100}$; **e)** $\frac{1}{4}$; **f)** $\frac{125}{216}$; **g)** 81; **h)** $\frac{25}{4}$; **i)** $-\frac{27}{125}$; **j)** 625. **20. c)** $\frac{25}{49}$; **d)** $\frac{729}{64}$; **e)** $-\frac{5}{3}$; **f)** $\frac{16}{9}$; **g)** 25,32; **h)** 4,321; **i)** 13,057. **21. c)** $-\frac{3}{10}$; **d)** $-\frac{6}{5}$; **e)** –78; **f)** 6. **22. b)** 3,24; **c)** $\frac{1}{16}$; **d)** –14; **e)** 4; **f)** $\frac{1}{2222}$. **23.** A = {0; 1}, B = {–9; –6; –5; –4; –2; –1; 0; 3}, A ∪ B = {–9; –6; –5; –4; –2; –1; 0; 1; 3}, A ∩ B = {0}, A \ B = {1}, B \ A = {–9; –6; –5; –4; –3; –1; 3}, A × B = {(0; –9); (0; –6); (0; –5); (0; –4); (0; –2); (0; –1); (0; 0); (0; 3); (1; –9); (1; –6); (1; –5); (1; –4); (1; –2); (1; –1); (1; 0); (1; 3)}. **24.** B = {–1}, A = {1; 2; 3}, A ∪ B = {–1; 1; 2; 3}, A ∩ B = ∅, A \ B = {1; 2; 3}, B \ A = B, A × B = {(1; –1); (2; –1); (3; –1)}, B × A = {(–1; 1); (–1; 2); (–1; 3)}. **25.** Este soluție pentru **a)**, **e)**, **f)**, **g)**. **26. a)** –5; **b)** ∅; **c)** ∅; **d)** –3; **e)** ∅. **27. a)** –0,18; **b)** –0,6; **c)** –5,8; **d)** 1. **28. a)** $-\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{10}{7}$; **c)** –0,7; **d)** $-\frac{2}{3}$; **e)** 4; **f)** ∅; **g)** 1; **h)** 2. **29. a)** 6; **b)** 244; **c)** (1,5; –3,2); **d)** $\left\{\frac{1}{2}; -2\right\}$; **e)** 3; **f)** 2014. **30.** Notăm cu x numărul. Avem: $x + \frac{1}{3} \cdot x = \frac{5}{6}$, adică $\frac{4}{3} \cdot x = \frac{5}{6}$, de unde rezultă că $x = \frac{5}{8}$. **31.** Notăm cu x numărul băieților, deci numărul fetelor va fi egal cu $\frac{5}{9} \cdot x$ și avem: $x + \frac{5}{9} \cdot x = 28$, de unde rezultă că $\frac{14}{9} \cdot x = 28$, deci $x = 18$. În clasă sunt 18 băieți și 10 fete. **32.** Notăm cu x lungimea dreptunghiului și atunci lățimea este $\frac{2}{3} \cdot x$. Deci $2 \cdot \left(x + \frac{2}{3} \cdot x\right) = 30$, de unde $x + \frac{2}{3} \cdot x = 15$ și rezultă $x = 9$ cm. Lungimea dreptunghiului este

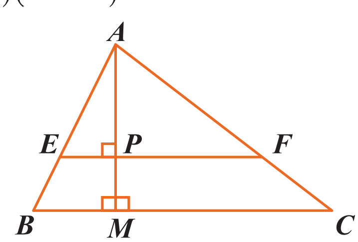
AEBC este dreptunghi. **26.** 24 cm. **27.** Patrulaterele *BDAE* și *DCFA* sunt dreptunghiuri. **31.** 32 cm. **33.** Este paralelogram cu două laturi consecutive congruente. **34.** Este un patrulater cu toate unghiurile drepte. **36.** $\ell = 30$ cm. **38.** Este romb cu un unghi drept. **39.** $\Delta ABF \equiv \Delta MBC$. **43.** $\sphericalangle B = 40°$, $\sphericalangle C = 140°$, $\sphericalangle D = 140°$. **44.** $AB = 6$ cm, $AC = 6$ cm. **45.** 10 cm. **46.** $MN = 11$ cm și $PQ = 5$ cm. **47.** $AD = 9$ cm. **48.** Se duce paralela prin *P* la *MQ*.

Capitolul II. Asemănarea triunghiurilor

1. 30°. **2.** 25 cm, 10 cm. **3.** 12 cm, 16 cm. **4.** 10,(6) cm. **5.** 70°. **6.** 6 cm, 4 cm. **7.** 36 cm. **8.** 14 cm. **9.** 66 cm, 33 cm. **10.** 7221 lei. **11.** $\frac{1}{25}$. **12.** Fie punctul *D* mijlocul laturii *BC*. Avem $BD = 12$ cm și $AD \perp BC$ (într-un triunghi isoscel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime). În ΔADC aplicând teorema lui **Pitagora** obținem $AD^2 = AC^2 - DC^2 = 169 - 144 = 25$, de unde $AD = 5$ cm. **13.** $DE \parallel BC \overset{\text{(t.f.a)}}{\Rightarrow} \Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, de unde $\frac{DE}{40} = \frac{10}{30} = \frac{AE}{36}$. Deci $DE = \frac{40 \cdot 10}{30} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ cm; $AE = \frac{10 \cdot 36}{30} = 12$ cm; $BD = AB - AD = 20$ cm. **14.** $\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \frac{6}{100} = \frac{8}{MP} = \frac{4}{NP}$, de unde $MP = \frac{100 \cdot 8}{6} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$ cm; $NP = \frac{100 \cdot 4}{6} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$ cm. **15. a)** $\mathscr{P}_{ABCD} = 24 + 18 + 8 + 8 = 58$ cm. Fie $CF \parallel AD$, punctul *F* pe segmentul *AB* și $CP \perp AB$, punctul *P* pe segmentul *AB*. Patrulaterul *ADCF* este paralelogram, deci $FC = AD = 8$ cm și $AF = AD = 8$ cm. $FB = AB - AF = 16$ cm. Perimetrul $\Delta CFB = \frac{8+16+18}{2} = 21$ cm.

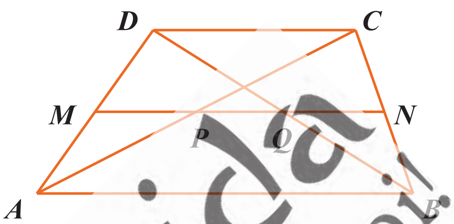
$\mathscr{A}_{FCB} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $\underline{(Heron)}$ $= \sqrt{21 \cdot (21-16)(21-18)(21-8)} = \sqrt{21 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13} = 3\sqrt{455}$. $\mathscr{A}_{FCB} = \frac{CP \cdot FB}{2} \Rightarrow CP = \frac{2 \cdot \mathscr{A}_{FCB}}{FB} = \frac{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{455}}{24} = \frac{\sqrt{455}}{4}$. $\mathscr{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot CP}{2} = \frac{(24+8) \cdot \frac{\sqrt{455}}{4}}{2} = 4\sqrt{455}$ cm^2. **b)** $CD \parallel AB \overset{\text{(t.f.a)}}{\Rightarrow} \Delta EDC \sim \Delta EAB \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{ED}{AE} = \frac{CE}{EB} \Rightarrow \frac{8}{24} = \frac{ED}{8+ED} = \frac{CE}{CE+18}$, de unde $64 + 8 \cdot ED = 24 \cdot ED$, deci $64 = 16 \cdot ED$ adică $ED = 4$ cm și $AE = 12$ cm. $8 \cdot CE + 144 = 24 \cdot CE$, de unde $CE = 9$ cm și $BE = 9 + 18 = 27$ cm. $\mathscr{P}_{EAB} = 12$ cm + + 27 cm + 24 cm = 63 cm. **16.** Din $\sphericalangle APM = \sphericalangle ACB$ și $\sphericalangle PAM = \sphericalangle BAC$ rezultă că $\Delta APM \sim \Delta ACB$ **(u.u.)**, de unde $\frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{PM}{BC}$. Deci $\frac{3}{10} = \frac{AM}{6} = \frac{PM}{8}$ și $AM = \frac{18}{10} = 1{,}8$ cm; $PM = \frac{3 \cdot 8}{10} = 2{,}4$ cm. $\mathscr{P}_{APM} = 3 + 2{,}4 + 1{,}8 = 7{,}2$ cm. **17.** Fie $AM \perp BC$, punctul *M* este situat pe segmentul *BC* și $AM \cap EF = \{P\}$. Perimetrul $\Delta ABC = 8 + 10 + 12 = 30$ cm.

$\mathscr{A}_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (**Heron**) $= \sqrt{30 \cdot (30-10) \cdot (30-8)(30-12)} = \sqrt{30 \cdot 20 \cdot 22 \cdot 18} = 60\sqrt{66}$ cm^2. Pe de altă parte, $\mathscr{A}_{ABC} = \frac{AM \cdot BC}{2} = 60\sqrt{66}$, de unde $AM = 12\sqrt{66}$ cm. $\mathscr{A}_{AEF} = \frac{AP \cdot EF}{2} = \frac{(BC+EF) \cdot PM}{2}$, de unde $AP = \frac{60\sqrt{66}}{EF}$ și $PM = \frac{60\sqrt{66}}{10+EF}$. Deci $AP + PM = \frac{60\sqrt{66}}{EF} +$

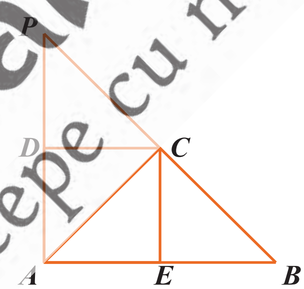


Răspunsuri

$+\dfrac{60\sqrt{66}}{10+EF} = AM = 12\sqrt{66}$, de unde $\dfrac{5}{EF} + \dfrac{5}{10+EF} = 1$. Deci $5 \cdot (10 + EF) + 5 \cdot EF = EF\,(10 + EF)$ și $EF = 5\sqrt{2}$ cm. **18.** Utilizați asemănările: $\Delta MAD \sim \Delta MNB$, $\Delta NPC \sim \Delta NAB$ și $\Delta MAB \sim \Delta MPD$. **19.** $CD \parallel AB \overset{\text{(t.f.a)}}{\Rightarrow} \Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{OD}{OB} = \dfrac{CD}{AB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{OC}{OC+OA} = \dfrac{1}{3}$ și $\dfrac{OD}{OB+OD} = \dfrac{1}{3}$, de unde $OC = \dfrac{32}{3} = 10\dfrac{2}{3}$ cm și $OD = \dfrac{16}{3} = 5\dfrac{1}{3}$ cm etc. **20.** Fie trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, iar punctele M și N mijloacele laturilor AD și, respectiv, BC.



$\{P\} = MN \cap AC$; $\{Q\} = MN \cap DB$. Aplicând teorema reciprocă a liniei mijlocii în ΔADC, ΔBCD și ΔABC se arată că punctele P și Q sunt mijloacele diagonalelor AC și BD ale trapezului. Avem $MN = \dfrac{AB+CD}{2} = 40$ cm și $PQ = \dfrac{AB-CD}{2} = 12$ cm, de unde $AB = 52$ cm și $CD = 28$ cm.



21. a) Fie $CE \perp AB$ cu punctul E pe latura AB. Avem $CD = AE = 10$ cm, de unde $EB = 10$ cm. ΔACB este dreptunghic isoscel, deci $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC = 45°$. **b)** Aria trapezului $ABCD = \dfrac{(AB+CD)\cdot CE}{2} = \dfrac{(20+10)\cdot 10}{2} = 150$ cm^2. **c)** Triunghiul PAB este dreptunghic isoscel, deci $AP = AB = 20$ cm. **22.** $\Delta ABC \sim \Delta CBD$ (u.u.), de unde $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AC}{CD} = \dfrac{BC}{\frac{AB}{2}} = \dfrac{2BC}{AB}$. Deci $AB^2 = 2 \cdot BC^2$.

Capitolul III. Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Elemente de trigonometrie

1. a) D; **b)** A; **c)** DC; **d)** BD. **2. a)** ii; **b)** iii; **c)** i; **d)** iv. **3.** 4. **4. a)** A; **b)** F; **c)** A; **d)** A. **5.** 90°. **6.** 90°. **7.** 12 dm. **8. b)** $3\sqrt{3}$ m; **c)** $5\sqrt{3}$ dam; **d)** $4\sqrt{3}$ cm. **9. b)** 10; **c)** $8\sqrt{3}$; **d)** $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$. **10. b)** $10\sqrt{2}$ cm; **c)** $2\sqrt{2}$ cm; **d)** 4 m. **11. b)** 5 cm; **c)** 3 m; **d)** $4\sqrt{2}$ dam. **12.** 25; 9; 7. **13. a** $\to$ 3; **b** $\to$ 5; **c** $\to$ 1; **d** $\to$ 2. **14.** 9; 14,4; 14,4. **15.** 40 cm. **16.** 8 cm. **17. a)** $4\sqrt{3}$; **b)** $48\sqrt{3}$; **c)** $8\sqrt{3}$; **d)** 90° și 30°. **18. a)** 32; **b)** $6\sqrt{5}$. **19.** $\mathscr{A} = 125$ cm, $\mathscr{P} = 35 + 5\sqrt{13}$ cm. **20. a)** 15 m; **b)** 10 s. **21.** 9 cm; $\dfrac{3}{5}$; $\dfrac{4}{5}$; $\dfrac{4}{3}$; $\dfrac{3}{4}$. **22. a)** $-\dfrac{1}{4}$; **b)** 1. **23.** $15 + 3\sqrt{5}$. **24.** 10, 30°, 60°. **25.** $8(1 + \sqrt{3})$ cm^2; $4(3 + \sqrt{3} + \sqrt{2})$ cm. **26.** $6(2 + \sqrt{6} + \sqrt{2})$ cm; $12(\sqrt{3} + 3)$ cm^2. **27.** 96 cm^2; 48 cm. **28. a)** $18\sqrt{3}$ cm^2; $18 + 6\sqrt{3}$ cm; **b)** echilateral $9\sqrt{3}$ cm^2. **29. b)** 22,5 cm^2; **c)** 2850 < 2900. **30.** $BC^2 = AC^2 + AB^2$ etc. **31. a)** $4(2 + \sqrt{3})$ cm; **b)** $4\sqrt{3}$ cm^2. **32.** $\dfrac{1}{3}$. **33.** $AB = 2 \cdot VO = 80$ cm. **34.** $AD = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ cm, $\mathscr{P} = \dfrac{10\cdot(2\sqrt{3}+3)}{3}$ cm. **35.** $5\sqrt{3} - 4$. **36.** 840 m. **37.** $\sin \sphericalangle B = \dfrac{AD}{AB}$, $\sin \sphericalangle C = \dfrac{AD}{AC}$, deci $\sin \sphericalangle B \cdot AB = \sin \sphericalangle C \cdot AC$, de unde $\dfrac{AB}{\sin C} = \dfrac{AC}{\sin B}$ etc. **38.** $AC = 16$ cm, $AB = 8\sqrt{21}$ cm, $h = \dfrac{8\sqrt{21}\cdot 16}{40} = \dfrac{16\sqrt{21}}{5}$ cm. **39.** $\mathscr{A} = 216\sqrt{3}$ cm^2, $\mathscr{P} = 48\sqrt{3}$ cm, $\sin(\sphericalangle CAB) = \dfrac{1}{2}$, $\text{tg}(\sphericalangle CAB) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.